М. Р. Галимзянов

Казань, mario-gr@mail.ru

НЕРАВЕНСТВА ХАРДИ И СОБОЛЕВА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ЧЛЕНАМИ

Пусть Ω — выпуклая область с конечным внутренним диаметром D_{int}, $1 < p < n$ и $p \leqslant q < np/(n-p)$.

Рассматриваются неравенства типа Харди из [1], [2] в областях Ω с конечным $D_{int} = 2\sup d$, где $d = \operatorname{dist}(x, \partial\Omega)$. В [2] для точной константы $C(\Omega)$ в неравенстве

$$\int\limits_{\Omega} |\nabla f|^p dx - \left(\frac{p-1}{p}\right)^p \int\limits_{\Omega} \frac{|f|^p}{d^p} dx \geqslant$$

$$\geqslant C(\Omega) \left(\int\limits_{\Omega} |f|^q dx\right)^{\frac{p}{q}}, \quad f \in W_0^{1,p}(\Omega),$$

доказана двусторонняя оценка

$$c_1(p,q,n) D_{int}^{n-p-\frac{np}{q}} \geqslant C(\Omega) \geqslant c_2(p,q,n) D_{int}^{n-p-\frac{np}{q}}.$$

Для константы $c_1(p,q,n)$ нами получен явный вид для общего случая ($n \geqslant 3$, $1 < p < n$, $p \leqslant q < np/(n-p)$) и для частного случая ($n = 3$, $p = q = 2$) для областей выпуклых, ограниченных и с конечными объемом и внутренним радиусом. Явный вид константы $c_2(p,q,n)$ для случая $n \geqslant 3$, $p = q = 2$ можно найти в [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Filippas S., Maz'ya V. G., Tertikas A. *Sharp Hardy – Sobolev inequalities* // C. R. Acad. Paris Ser. I. – 2004. – V. 339. – P. 483–486.

2. Filippas S., Maz'ya V. G., Tertikas A. // *On a question of Brezis and Marcus* // Calc. Var. Part. Diff. Equat. – 2006. – V. 25. – P. 491–501.

3. Avkhadiev F. G., Wirths K.-J. *Unified Poincaré and Hardy inequalities with sharp constants for convex domains* // Z. Angew. Math. Mech. – 2007. – V. 87. – No 8–9. – P. 632–642.

А. Ф. Галимянов

Казань, anis_59@mail.ru

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБОБЩЕННОГО ДРОБНО-ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Данная работа посвящена приближенным методам решения интегро-операторного уравнения

$$A\overline{\varphi} \equiv \gamma + I_0^\alpha(\varphi;t) + T(\varphi;t) = f(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant 1; \tag{1}$$

здесь γ — искомый параметр, $\varphi(t)$ — искомая функция, $I_0^\alpha(\varphi;t)$ — дробный интеграл Римана – Лиувилля порядка $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$ от функции $\varphi(t)$ (см., например, [1]), $f(t)$ — заданная непрерывная функция, T — заданный линейный (в том числе интегральный) оператор.

Введем пространство вектор-функций $\overline{\varphi} = (\gamma, \varphi)$, где $\gamma \in R$, $\varphi \in C$, с нормой $\|\overline{\varphi}\| = |\gamma| + \|\varphi\|_C$; $C^\alpha = C^\alpha[0,1]$ — пространство всех дробно-дифференцируемых порядка α на $[0,1]$ функций с нормой

$$\|f\|_{C^\alpha} = |f(0)| + \max_{0\leqslant t\leqslant 1} |D^\alpha(f;t)|,$$

где $D^\alpha(f;t)$ — производная Римана – Лиувилля от функции $f(t)$ порядка $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.